

文章编号:1000-8055(2009)07-1666-06

微扑翼飞行器驱动装置设计与动力学性能研究

张西金, 方宗德, 杨小辉
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 将压电陶瓷驱动器和柔性铰链四杆放大机构融为一体, 设计了结构紧凑的微扑翼驱动装置, 并采用粒子群算法完成了微扑翼驱动装置结构参数优化设计; 采用拉格朗日方程来建立微扑翼驱动系统动力学模型, 对动力学性能进行了仿真研究. 研究表明: 采用正弦驱动电压, 微扑翼驱动装置可以实现稳定扑打运动, 另外, 采用标准正弦驱动电压, 在某一频段微扑翼驱动装置能实现高效扑动, 而且通过调整驱动电压幅度能够控制扑动幅度. 该研究为微扑翼飞行器运动控制奠定了基础.

关 键 词: 微扑翼飞行器; 驱动装置; 压电陶瓷驱动器; 动力学性能; 仿真
中图分类号: V276 **文献标识码:** A

Design and dynamic investigation on driving equipment of micro flapping flight

ZHANG Xi-jin, FANG Zong-de, YANG Xiao-hui

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: By combining piezoelectric ceramics actuator with flexible joint four-bar mechanism, the paper designed a compact driving equipment for micro flapping flight, and optimized its structural parameters by means of the particle swarm optimization. Using the Lagrange equation, the paper also gave a dynamic model of the driving equipment, and investigated its dynamic characteristics through simulation. The investigation result shows that, with sine wave driving voltage, the driving equipment of micro flapping flight will achieve stable flapping motion. In addition, high efficient flapping will be obtained only using standard sine wave driving voltage in a certain frequency range, and flapping amplitude can be changed through controlling driving voltage amplitude. The research lays a foundation for the motion control of micro flapping flight.

Key words: micro flapping flight; driving equipment; piezoelectric ceramics actuator; dynamic characteristics; simulation

微扑翼飞行器模仿生物飞行方式, 利用翅膀拍打产生的非定常流场实现飞行. 生物翅膀是由肌肉驱动的, 生物肌肉组织(尤其是昆虫肌肉组织)是自然界中最强劲的肌肉, 它可以驱动翅膀达到几百到上千次拍打频率(蜜蜂 180~203 次/s、家蝇 330 次/s、黄蜂 1000 次/s). 微扑翼飞行器要

实现同生物一样的高效飞行, 它的驱动装置是一个重要研究内容.

压电陶瓷驱动器具有体积小、出力大、频响高等特点; 柔性铰链是一种新型的弹性结构, 它具有结构紧凑、无运动副间隙、无机械摩擦等优点. 压电陶瓷驱动器和柔性铰链连杆机构是微扑翼飞行

收稿日期: 2008-07-12; 修订日期: 2008-09-13

基金项目: 国家自然科学基金(50575183); 博士点专项科研基金(20050699022)

作者简介: 张西金(1972-), 男, 陕西彬县人, 博士生, 讲师, 主要从事微扑翼飞行器研究.

器的理想驱动装置. 目前美国加州大学伯克利分校利用压电陶瓷驱动器和柔性铰链连杆机构设计了四种形式微扑翼飞行器驱动装置, 并在实验室进行了制作和试验^[1-3]. 另外 R. J. Wood 等人设计了质量 120 mg 的 DC-DC 转换电路, 可以将 3.5 V 电源升高到 160 V 输出, 使这些微扑翼驱动器走出实验室成为可能^[4]. 本文借鉴加州大学伯克利分校研究成果, 将压电陶瓷驱动器和柔性铰链四杆放大机构融为一体, 设计了微扑翼驱动装置, 并建立了其动力学模型, 对动力学特性进行了仿真研究.

1 微扑翼驱动装置设计

1.1 微扑翼驱动装置结构设计

以压电陶瓷驱动器和柔性铰链连杆机构为核心设计的微扑翼驱动装置如图 1 所示. L_2 为压电陶瓷驱动器, L_4 为翅翼驱动杆, A 和 D 两点是驱动装置与机身的固连点, B, C, D 均为柔性铰链. 微扑翼驱动装置实质上是把压电陶瓷驱动器和四杆放大机构融为一体, 具有质量轻, 结构紧凑等优点. 如果给压电陶瓷驱动器施加电压, L_2 会发生微小弯曲变形, 然后通过四杆机构驱动翅翼大角度转动, 如果施加交变电压, 翅翼就可以实现拍打运动.

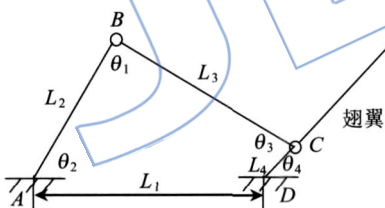


图 1 微扑翼驱动装置

Fig. 1 Driving equipment of a micro flapping flight

压电陶瓷驱动器 L_2 驱动力矩和转动刚度公式如下^[5]:

$$\tau = \frac{3w h_p Y_A Y_B (Y_B + 1)}{4S_p (Y_A Y_B + 1)} d_{31} u = \lambda u \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{w h_p^3 Y_D}{4S_p L_2 (Y_A Y_B + 1)} \quad (2)$$

式中

$$Y_A = S_p / S_s, \quad Y_B = h_s / h_p,$$

$$Y_D = Y_A^2 Y_B^4 + 2Y_A (2Y_B + 3Y_B^2 + 2Y_B^3) + 1$$

S_p 和 S_s 分别为压电层和弹性层柔度, h_p 和 h_s 分别为压电层和弹性层厚度, w 为驱动器宽度, d_{31} 为压电常数, u 为压电陶瓷片的输入电压, λ 为一

有量纲系数.

1.2 微扑翼驱动装置结构参数优化设计

微扑翼驱动机构的设计要求是: 确定 L_1, L_2, L_3, L_4 和 θ_0 , 在压电陶瓷驱动器微小转角 $[\theta_0 - 5^\circ, \theta_0 + 5^\circ]$ 情况下, 使翅翼获得最大拍动角度, 因此驱动机构设计可以归结为优化问题. 为了使压电陶瓷驱动器获得足够的转角, L_2 取最大值 5 mm, 优化参数为 L_1, L_3, L_4 和 θ_0 , 目标函数为

$$f(L_1, L_3, L_4, \theta_0) = 2\Delta\theta_2 + \arccos \frac{L_4^2 + L_3^2 - L_{5M}^2}{2L_4 L_3} + \arccos \frac{L_2^2 + L_{5M}^2 - L_1^2}{2L_2 L_{5M}} + \arccos \frac{L_3^2 + L_{5M}^2 - L_4^2}{2L_3 L_{5M}} - \arccos \frac{L_4^2 + L_3^2 - L_{5N}^2}{2L_4 L_3} - \arccos \frac{L_2^2 + L_{5N}^2 - L_1^2}{2L_2 L_{5N}} - \arccos \frac{L_3^2 + L_{5N}^2 - L_4^2}{2L_3 L_{5N}} \quad (3)$$

式中

$$L_{5M} = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1 L_2 \cos(\theta_2 + \Delta\theta_2)}$$

$$L_{5N} = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1 L_2 \cos(\theta_2 - \Delta\theta_2)}$$

根据微扑翼飞行器尺度要求和工艺水平确定的约束条件为

$$\begin{cases} 1 \leq L_1 \leq 5 & 1 \leq L_3 \leq 5 \\ 1 \leq L_4 \leq 5 & 10\pi/180 \leq \theta_0 \leq \pi/2 \end{cases} \quad (4)$$

另外, 四杆机构必须满足如下三角关系形式的约束条件

$$\begin{cases} L_{5M} + L_3 > L_4 & L_{5M} + L_4 > L_3 \\ L_3 + L_4 > L_{5M} & |L_{5M} - L_3| < L_4 \\ |L_{5M} - L_4| < L_3 & |L_3 - L_4| < L_{5M} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} L_{5N} + L_3 > L_4 & L_{5N} + L_4 > L_3 \\ L_3 + L_4 > L_{5N} & |L_{5N} - L_3| < L_4 \\ |L_{5N} - L_4| < L_3 & |L_3 - L_4| < L_{5N} \end{cases} \quad (6)$$

粒子群算法 (particle swarm optimization, 简称 PSO) 是由 Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出的一种模拟鸟群捕食行为的进化优化方法, 与遗传优化算法相比, 粒子群算法没有交叉和变异运算, 算法相对简单, 搜索速度快且高效实用^[6-7]. 采用粒子群算法进行微扑翼驱动装置结构参数优化设计, 优化过程如下:

1) 随机选取粒子的初始位置和速度. 第 i 个粒子位置向量 $X_i = [X_{i1} \ X_{i2} \ X_{i3} \ X_{i4}]$, $X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, X_{i4}$

代表优化参数为 L_1, L_3, L_4 和 θ_{20} , 它们初始值取满足约束条件(4)的随机数; 对第 i 个粒子速度向量 $V_i = [V_{i1} \ V_{i2} \ V_{i3} \ V_{i4}]$ 初始化, 各速度分量初始值与对应的位置分量初始值确定方法相同, 其中 $i = 1, 2, \dots, N, N$ 为粒子群规模。

2) 计算适应度. 优化设计的目的是实现目标函数(1)最大化, 因此适应度函数为: 满足约束条件(5)和(6)时, $F = f(L_1, L_3, L_4, \theta_{20})$, 否则 $F = 0$ 。

3) 计算每个粒子经历的最好位置(局部最优解). 将粒子位置和以前最好位置代入适应度函数, 比较计算结果, 具有较大适应度的粒子位置为该粒子的最好位置. 下式中, $pbest_i(t)$ 为 t 时刻第 i 个粒子的最好位置, $pbest_i(t-1)$ 为 $t-1$ 时刻第 i 个粒子的最好位置, $x_i(t)$ 为 t 时刻第 i 个粒子的位置

$$pbest_i(t) = \begin{cases} pbest_i(t-1) & f[x_i(t)] < f[pbest_i(t-1)] \\ x_i(t) & f[x_i(t)] \geq f[pbest_i(t-1)] \end{cases}$$

4) 计算所有粒子群经历过的最好位置(全局最优解). 将每个粒子的最好位置代入适应度函数, 比较计算结果, 具有最大适应度的粒子位置为粒子群的最好位置.

$$\text{if } f[pbest_k(t)] = \max_{1 \leq i \leq N} f[pbest_i(t)] \\ Gbest(t) = pbest_k(t)$$

式中 $Gbest(t) = [Gbest_1(t) \ Gbest_2(t)]$ 为 t 时刻粒子群经历过的最好位置。

5) 对粒子速度和位置进化

$$v_{ij}(t+1) = w v_{ij}(t) + c_1 r_1 [pbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_2 [Gbest_j(t) - x_{ij}(t)] \\ x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$$

式中 v_{ij} 为第 i 个粒子第 j 个速度分量, x_{ij} 为第 i 个粒子第 j 个位置分量, $j = 1, \dots, 4$. w 为惯性权值, c_1 和 c_2 为学习因子, r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 之间的随机数。

6) 判断结束条件, 适应度达到要求或者进化到设定的代数, 进化过程结束, 得到最优参数(粒子群的最好位置); 否则, 返回第 3) 步继续。

设置粒子群规模 1000, 最大进化代数 500, 学习因子 $c_1 = c_2 = 0.3$, 惯性权值 $w = 0.2$, 适应度大于 3 时优化结束. 用 Matlab 语言编写优化程序, 优化过程如图 2 所示。

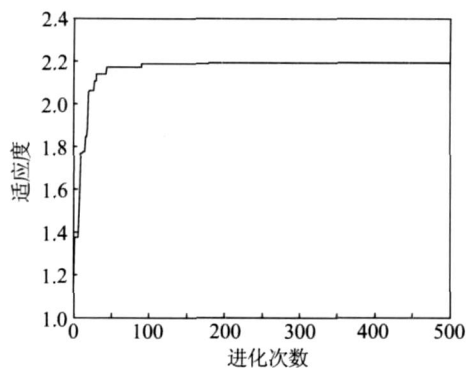


图2 优化过程

Fig. 2 Optimizing process

优化结果为: $L_1 = 4.6614, L_3 = 1.5404, L_4 = 1, \theta_{20} = 0.17453$. 根据优化结果得到四杆机构各角度随输入角度变化过程如图 3 所示, 四杆机构的放大倍数为: $N = \frac{f(L_1, L_3, L_4, \theta_{20})}{2\Delta\theta_2} = 12.58$, 翅翼获得拍动角度为 125.8° , 因此微扑翼驱动装置能满足扑打运动需要, 说明优化结果具有可行性。

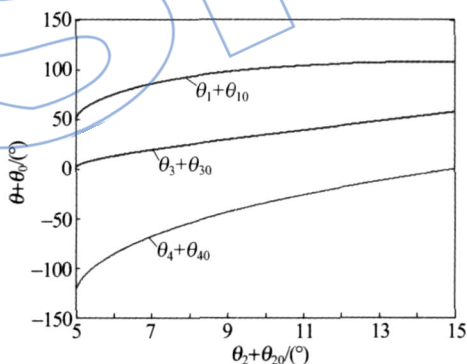


图3 四杆机构角度变化过程

Fig. 3 Angle change of four-bar mechanism

2 微扑翼驱动装置动力学模型

采用优化结果可以计算出四杆机构初始平衡位置 $\theta_{10}, \theta_{20}, \theta_{30}$ 和 θ_{40} , 为了让机翼处于水平平衡位置, 将四杆机构绕 D 点逆时针旋转 θ_{40} , 从平衡位置开始, 驱动杆 L_2 转动角度定义为独立广义坐标 θ , 其它角度变化定义为广义坐标 θ_1, θ_3 和 θ_4 , 它们都是独立广义坐标 θ 的函数. 给压电陶瓷驱动器通电后相当于给 L_2 施加力矩, 机翼受到空气阻尼力矩 $T_L = c_A \dot{\theta}$, c_A 为空气阻尼力矩系数. 微扑翼驱动装置受力分析见图 4。

忽略杆件的变形, 将它们视为刚性杆, 柔性铰链等效为线性扭转弹簧^[18]. 考虑到 L_3 尺寸小, 动

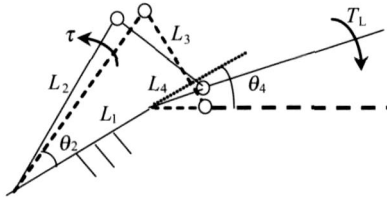


图 4 微扑翼驱动装置受力分析

Fig. 4 Force analysis for driving equipment of a micro flapping flight

力学分析时忽略其质量的影响. 下面采用拉格朗日方程来建立微扑翼驱动装置动力学模型.

系统动能为

$$T = \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} I_4 \dot{\theta}_4 \quad (7)$$

根据拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} (T - U) \right] - \frac{\partial}{\partial \theta} (T - U) = M_F$$

得到

$$[AA_0 + AA(\theta)] \ddot{\theta}_2 + BB(\theta) \ddot{\theta}_4 + CC(\theta) \ddot{\theta}_4 + DD_0 \ddot{\theta}_4 + DD(\theta) = \tau \quad (9)$$

定义下列参数:

$$\begin{aligned} L_{50} &= \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2\cos\theta_{20}} \\ L_5 &= \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2\cos(\theta_2 + \theta_{20})} \\ \theta_{00} &= \arccos \frac{L_2^2 + L_{50}^2 - L_1^2}{2L_2L_{50}} + \arccos \frac{L_3^2 + L_{50}^2 - L_4^2}{2L_3L_{50}} \\ \theta_{30} &= \arccos \frac{L_4^2 + L_3^2 - L_{50}^2}{2L_4L_3} \\ \theta_{40} &= \theta_{20} + \theta_{10} + \theta_{30} - \pi \\ A &= \frac{L_4^2 + L_3^2 - L_5^2}{2L_4L_3} \quad B = \frac{L_2^2 + L_5^2 - L_1^2}{2L_2L_5} \quad C = \frac{L_3^2 + L_5^2 - L_4^2}{2L_3L_5} \\ D &= \frac{L_1L_2\sin(\theta_2 + \theta_{20})}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2\cos(\theta_2 + \theta_{20})}} \\ E &= \frac{L_5^2 - L_2^2 + L_1^2}{2L_2L_5^2} \quad F = \frac{L_5^2 - L_3^2 + L_4^2}{2L_3L_5^2} \quad G = -\frac{L_5}{L_3L_4} \\ H &= \frac{L_1L_2\cos(\theta_2 + \theta_{20})[L_1^2 + L_2^2 - L_1L_2\cos(\theta_2 + \theta_{20})] - L_1^2L_2^2}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2\cos(\theta_2 + \theta_{20})}^3} \\ \theta_3 &= \arccos A - \theta_{30} \\ \theta_1 &= \arccos B + \arccos C - \theta_{10} \\ \theta_4 &= \theta_2 + \theta_1 + \theta_3 \end{aligned}$$

微扑翼驱动装置动力学方程(9)式中各系数表示如下:

$$AA(\theta) = I_4 \left[\left(\frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right)^2 - 2 \left(\frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right) \right]$$

系统势能为

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin(\theta_2 + \theta_{20} - \theta_{40}) + \\ & m_4 g \left[-L_1 \sin \theta_{40} + \frac{1}{2} (L_4 + L) \sin \theta_4 \right] + \\ & \frac{1}{2} K_2 \theta_2 + \frac{1}{2} K(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 I_2 是 L_2 杆转动惯量, I_4 是翅翼和 L_4 杆的总转动惯量, m_2 和 m_4 是对应的质量, K_2 为 L_2 杆转动刚度, L 为翅翼长度, K 为其它三处柔性铰链转动刚度. 对应于广义坐标 θ 的非保守力矩

$$M_F = \tau - c_A \theta_4 \frac{d\theta_4}{dt}$$

$$BB(\theta_2) = I_4 \left[-1 + \frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right] \times$$
$$\left[\left(\frac{BE^2D^2}{\sqrt{(1-B^2)^3}} + \frac{L_2^2-L_1^2}{L_2L_5^3} \frac{D^2}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{EH}{\sqrt{1-B^2}} \right) + \left(\frac{CF^2D^2}{\sqrt{(1-C^2)^3}} + \frac{L_3^2-L_4^2}{L_3L_5^3} \frac{D^2}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{FH}{\sqrt{1-C^2}} \right) + \right.$$
$$\left. \left(\frac{AG^2D^2}{\sqrt{(1-A^2)^3}} + \frac{1}{L_3L_4} \frac{D^2}{\sqrt{1-A^2}} + \frac{GH}{\sqrt{1-A^2}} \right) \right]$$
$$CC(\theta_2) = c_A \left[1 - \left(\frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right) \right]^2$$
$$DD_0 = K_2 + K$$

$$DD(\theta_2) = \frac{1}{2} L_2 m_2 g \cos(\theta_2 + \theta_{20} - \theta_{40}) + \frac{1}{2} (L_4 + L) m_4 g \cos \theta_4 \left(1 - \frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} - \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} - \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right) +$$
$$k\theta_1 \left(1 - \frac{2ED}{\sqrt{1-B^2}} - \frac{2FD}{\sqrt{1-C^2}} - \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right) - k\theta_2 \left(\frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} + \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} + \frac{GD}{\sqrt{1-A^2}} \right) +$$
$$k\theta_3 \left(1 - \frac{ED}{\sqrt{1-B^2}} - \frac{FD}{\sqrt{1-C^2}} - \frac{2GD}{\sqrt{1-A^2}} \right)$$

3 动力学性能仿真研究

从动力学方程看出,微扑翼驱动装置是一个非线性系统.对其动力学特性深入分析有助于掌握其控制机制.微扑翼驱动装置有关参数见表 1,取空气阻尼力矩系数 $c_A = 8.65 \times 10^{-9}$ Nsm,采用正弦驱动电压 $u = U_0 + U_{\max} \sin(2\pi f t)$,初始条件为 $\theta_2 = 0, \dot{\theta}_2 = 0, U_0 = 0$ V,仿真结果如图 5 所示.

表 1 微扑翼驱动装置参数

Table 1 Driving equipment parameters of a micro flapping flight

参数	数值	参数	数值
m_2/mg	10	$h_s/\mu\text{m}$	50
m_4/mg	5	$S_p/10^{-11}(\text{m}^2/\text{N})$	2
L/mm	12	$S_s/10^{-12}(\text{m}^2/\text{N})$	5.18
w/mm	1.3	$d_{31}/10^{-12}(\text{m}^2/\text{N})$	274
$h_b/\mu\text{m}$	70	$K/10^{-6}(\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad})$	5.3

从图 5 看出,经过过渡过程后, θ_2 呈现稳定振荡特性,振荡频率和驱动电压频率相同.仿真结果说明:采用正弦驱动电压,微扑翼驱动装置能够实现稳定扑打运动.

不同 U_0 下 θ_2 波形如图 6 所示.可以看出,将驱动电压波形进行平移后, θ_2 的稳定振荡幅度减小,因此微扑翼驱动装置必须采用标准正弦驱动电压,才能获得足够大的拍打幅度.

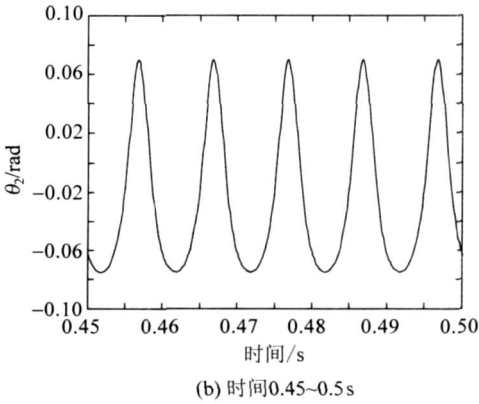
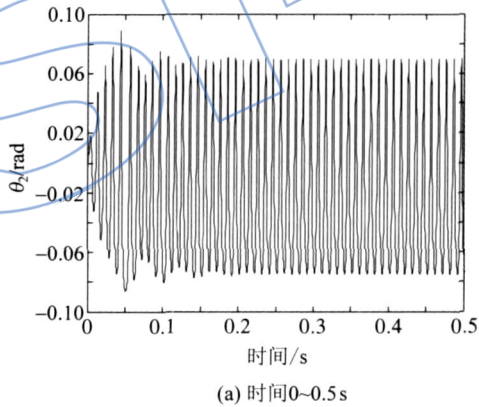


图 5 θ_2 波形 ($U_{\max} = 100$ V, $f = 100$ Hz)
Fig. 5 Waveform of θ_2 ($U_{\max} = 100$ V, $f = 100$ Hz)

为了研究 θ_2 幅频特性,采用不同幅值和频率的标准正弦驱动电压, θ_2 振幅特性如图 7 所示.可以看出,保持驱动电压幅度不变,在某一频段 θ_2 振幅较大;增大驱动电压幅度, θ_2 振幅会增大.仿

真结果说明采用标准正弦驱动电压,在某一频段微扑翼驱动装置能够实现高效扑动(θ 获得较大振幅情况),并能通过调整驱动电压幅度控制扑动幅度。

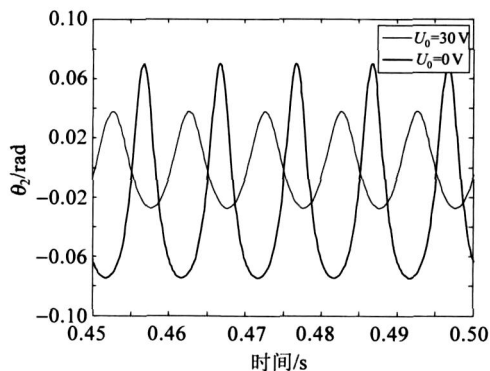


图 6 不同 U_0 下 θ_2 波形
($U_{\max} = 90 \text{ V}$, $f = 100 \text{ Hz}$)

Fig. 6 Waveform of θ_2 under different U_0
($U_{\max} = 100 \text{ V}$, $f = 100 \text{ Hz}$)

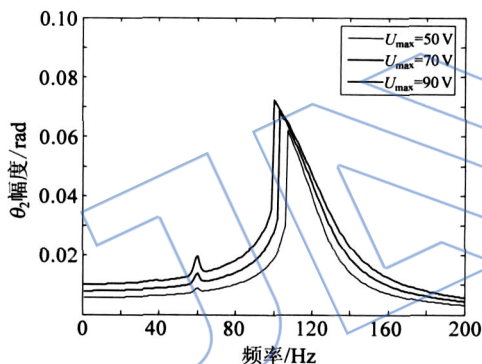


图 7 θ_2 振幅特性

Fig. 7 Characteristics of maximal θ_2

4 结 论

1) 将压电陶瓷驱动器和四杆放大机构融为一体,设计了结构紧凑的微扑翼驱动装置,并采用粒子群优化算法完成了微扑翼驱动装置结构参数优化设计。

2) 采用拉格朗日方程来建立微扑翼驱动装置动力学模型。

3) 编写仿真程序对微扑翼驱动装置动力学

性能进行了研究,研究发现:采用正弦驱动电压,微扑翼驱动装置能够实现稳定扑打运动。另外,采用标准正弦驱动电压,在某一频段微扑翼驱动装置能够实现高效扑动,而且通过调整驱动电压幅度能够控制扑动幅度。

参考文献:

- [1] Yan J, Avadhanula S, Steltz E, et al. Thorax design and wing control for a micromechanical flying insect [C]// Proc. of the 39th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Monticello, I. L., USA: Allerton Conference, 2001.
- [2] Sitti M. PZT actuated four-Bar mechanism with two flexible links for micromechanical flying insect thorax [C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seoul Korea: IEEE, 2001, 4:3893-3900.
- [3] Yan J, Wood R J, Avadhanula S, et al. Towards flapping wing control for a micromechanical flying insect [C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seoul Korea: IEEE, 2001, 4:3901-3908.
- [4] Wood R J, Avadhanula S, Steltz E, et al. Design, fabrication and initial results of a 2 g autonomous glider [C]// Proc. 31st Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2005). Piscataway, USA: IEEE, 2005:1870-1877.
- [5] Sitti M, Campolo D, Yan J, et al. Development of PZT and PZN-PT bases unimorph actuators for micromechanical flapping mechanisms [C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seoul Korea: IEEE, 2001: 3839-3846.
- [6] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particles swarm theory [C]// Proc. Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya, Japan, IEEE Service Center. Piscataway, USA: IEEE, 1995: 39-43.
- [7] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]// Piscataway I V, Proceeding of IEEE International Conference on Neural Networks. USA: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [8] 章定国, 周胜丰. 柔性杆柔性铰机器人动力学分析 [J]. 应用数学和力学, 2006, 27(5): 615-623.
ZHANG Dingguo, ZHOU Shengfeng. Dynamic analysis of flexible-link and flexible-joint robots [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(5): 615-623. (in Chinese)